

3 Thermische Ausdehnung

3.1 Längenausdehnung

3.1 Aufgabe

Um wie viel verlängert sich ein 120 cm langer Kupferstab mit $\alpha = 14 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$, wenn er von 0°C auf 40°C erwärmt wird? Geben Sie das Ergebnis in Zentimeter und Millimeter an.

3.2 Aufgabe

Ein Stahlniet, der zwei Bleche verbindet, besitzt bei einer Temperatur von 20°C eine Länge von 8.46 mm. Er wird bei einer Temperatur von 600°C eingelegt. ($\alpha = 0.000011 \text{ K}^{-1}$)

- Wie gross ist die Temperaturänderung? Beachten Sie das Vorzeichen.
 - Um wieviele Millimeter zieht sich der Stahlniet beim Abkühlen zusammen?
-

3.3 Aufgabe

Eine Autobahnbrücke aus Stahlbeton ($\alpha = 0.000012 \text{ K}^{-1}$) hat bei 10°C eine Länge von exakt 300 m.

- Um wie viel dehnt sich die Brücke aus, wenn sie im Sommer auf 40°C erwärmt wird?
 - Um wie viel zieht sich die Brücke im Winter bei -30°C zusammen?
-

3.4 Aufgabe

Zwischen den Schienen der Eisenbahn, deren Länge 12 m beträgt, bleibt ein Abstand von 7 mm. Mit welchen Temperaturdifferenzen $\Delta\vartheta$ rechnen die Bautechniker, wenn der lineare Ausdehnungskoeffizient des Schienenstahls $\alpha = 0.000011 \text{ K}^{-1}$ beträgt?

3.5 Aufgabe

Auf welche Temperatur muss ein Plexiglasstab ($\alpha = 0.000070 \text{ K}^{-1}$), der bei 20°C 400 mm lang ist, erwärmt werden, damit er sich um 1.5 mm verlängert?

3.6 Aufgabe

Ein Stahlträger von 563 cm Länge wird von 20°C auf 75°C erwärmt.

Berechnen Sie a) die Längenzunahme und b) die Länge bei 75°C . ($\alpha = 0.000011 \text{ K}^{-1}$)

3.7 Aufgabe

Ein Schaufenster hat bei -10°C die Abmessungen $a = 2 \text{ m}$ und $b = 3 \text{ m}$. Um wie viel ändert sich seine Fläche, wenn es einer Temperatur von $+30^\circ\text{C}$ ausgesetzt ist? ($\alpha = 8 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$)

3.2 Volumenausdehnung

3.8 Aufgabe

In einer Warmwasserheizung werden 3.5 m^3 Wasser $\gamma = 0.00018 \text{ K}^{-1}$ von 14°C auf 75°C erwärmt. Um wie viel Liter nimmt das Volumen dabei zu?

3.9 Aufgabe

Ein Glasgefäß enthält 80 dm^3 Quecksilber und ist bei Zimmertemperatur 20°C ganz gefüllt. Wie viel cm^3 Quecksilber fließen bei Erwärmung um 90°C aus? ($\gamma = 0.00018 \text{ K}^{-1}$)

(Die thermische Ausdehnung des Glasgefäßes kann dabei vernachlässigt werden.)

3.10 Aufgabe

Ein Schwimmbad gefüllt mit Wasser ($\gamma = 0.00018 \text{ K}^{-1}$) von 20°C hat ein Fassungsvermögen von 180 m^3 . Durch Erwärmung läuft 300 dm^3 Wasser über.

- Wie gross war die Temperaturerhöhung?
- Welche Temperatur hat das erwärmte Wasser?

(Die thermische Ausdehnung des Schwimmbades sowie das Verdunsten von Wasser kann bei der Berechnung vernachlässigt werden.)

3.11 Aufgabe

Bei 0°C werden 1000 Literflaschen mit Benzol ($\gamma = 18 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$) gefüllt.

Auf welche Temperatur muss man das Benzol bringen, damit man mit der gleichen Menge 1012 Flaschen füllen kann? (Die Ausdehnung der Flaschen soll vernachlässigt werden.)

3.12 Aufgabe

Um wie viel Prozent ändert sich das Volumen von 7 m^3 Wasser mit $\gamma = 18 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$, wenn die Temperatur von 34°C auf 8°C sinkt?

3.13 Aufgabe

Ein Aluminiumkanister von 25 Liter Fassungsvermögen wird zum Transport von Maschinenöl $\gamma = 0.00076 \text{ K}^{-1}$ benützt. Wie viel Liter Öl darf bei 20°C höchstens eingefüllt werden, wenn mit einer Erwärmung bis 45°C gerechnet werden muss?

Die Ausdehnung des Behälters ist nicht zu berücksichtigen. Der Verschluss sei nicht luftdicht, so dass die sich ausdehnende Flüssigkeit die Luft aus dem Behälter verdrängen kann.

3 Thermische Ausdehnung: Lösungen

3.1 Lösung

$$\Delta\vartheta = \vartheta_2 - \vartheta_1 = 40^\circ\text{C} - 0^\circ\text{C} = 40^\circ\text{C} = \underline{40\text{K}}$$

Hinweis: Temperaturänderungen können in Celsius oder Kelvin angegeben werden. Beim Einsetzen in physikalischen Berechnungen ist aber immer das Kelvin zu nehmen.

$$\Delta l = l_0 \cdot \alpha \cdot \Delta\vartheta = 120\text{ cm} \cdot 14 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{K}} \cdot 40\text{ K} = \underline{\underline{0.0672\text{ cm} = 0.672\text{ mm}}}$$

3.2 Lösung

$$\Delta\vartheta = \vartheta_2 - \vartheta_1 = 20^\circ\text{C} - 600^\circ\text{C} = -580^\circ\text{C} = \underline{-580\text{K}} \quad (\text{Abkühlung} \hat{=} \text{negatives Vorzeichen})$$

$$\Delta l = l_0 \cdot \alpha \cdot \Delta\vartheta = 8.46\text{ mm} \cdot 0.000\,054 \frac{1}{\text{K}} \cdot -580\text{ K} \approx \underline{\underline{-0.0540\text{ mm}}}$$

Hinweis: Das negative Vorzeichen der Längenänderung Δl zeigt, dass sich der Stahlniet zusammenzieht, d.h. seine Länge durch die Abkühlung kleiner wurde.

3.3 Lösung

$$\text{a) } \Delta\vartheta = \vartheta_2 - \vartheta_1 = 40^\circ\text{C} - 10^\circ\text{C} = 30^\circ\text{C} = \underline{30\text{K}}$$

$$\Delta l = l_0 \cdot \alpha \cdot \Delta\vartheta = 300\text{ m} \cdot 12 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{K}} \cdot 30\text{ K} = \underline{\underline{0.108\text{ m} = 10.8\text{ cm}}}$$

$$\text{b) } \Delta\vartheta = \vartheta_2 - \vartheta_1 = -30^\circ\text{C} - 10^\circ\text{C} = -40^\circ\text{C} = \underline{-40\text{K}}$$

$$\Delta l = l_0 \cdot \alpha \cdot \Delta\vartheta = 300\text{ m} \cdot 12 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{K}} \cdot -40\text{ K} = \underline{\underline{-0.144\text{ m} = -14.4\text{ cm}}}$$

3.4 Lösung

$$\Delta l = 7\text{ mm} = \underline{0.007\text{ m}}$$

$$\Delta\vartheta = \frac{\Delta l}{\alpha \cdot l_0} = \frac{0.007\text{ m}}{0.000\,011 \frac{1}{\text{K}} \cdot 12\text{ m}} = \underline{53\text{K}}$$

3.5 Lösung

$$\Delta\vartheta = \frac{\Delta l}{\alpha \cdot l_0} = \frac{1.5\text{ mm}}{0.000\,070 \frac{1}{\text{K}} \cdot 400\text{ mm}} = \underline{53.6\text{K} = 53.6^\circ\text{C}}$$

Hinweis: Die Längen Δl und l_0 können beide je in Meter oder Millimeter eingesetzt werden. Die Einheiten kürzen sich anschliessend sowieso raus.

$$\vartheta_2 = \vartheta_1 + \Delta\vartheta = 20^\circ\text{C} + 53.6^\circ\text{C} = \underline{\underline{73.6^\circ\text{C}}}$$

3.6 Lösung

$$\text{a) } \Delta l = l_0 \cdot \alpha \cdot \Delta\vartheta = 5.63\text{ m} \cdot 11 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{K}} \cdot 55\text{ K} = \underline{\underline{0.003\,406\text{ m} = 3.406\text{ mm}}}$$

$$\text{b) } l = l_0 + \Delta l = 5.63\text{ m} + 0.003\,406\text{ m} = \underline{\underline{5.633\,406\text{ m}}}$$

$$\text{oder: } l = l_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta\vartheta) = 5.63 \text{ m} \cdot (1 + \alpha \cdot 11 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{K}} \cdot 55 \text{ K}) = \underline{\underline{5.633406 \text{ m}}}$$

3.7 Lösung

$$a_1 = a_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta\vartheta) = 2 \text{ m} \cdot (1 + \alpha \cdot 0.000008 \frac{1}{\text{K}} \cdot 40 \text{ K}) = \underline{\underline{2.00064 \text{ m}}}$$

$$b_1 = b_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta\vartheta) = 3 \text{ m} \cdot (1 + \alpha \cdot 0.000008 \frac{1}{\text{K}} \cdot 40 \text{ K}) = \underline{\underline{3.00096 \text{ m}}}$$

$$A_1 = a_1 \cdot b_1 = 2.00064 \text{ m} \cdot 3.00096 \text{ m} = \underline{\underline{6.00384 \text{ m}^2}}$$

$$A = a \cdot b = 2 \text{ m} \cdot 3 \text{ m} = \underline{\underline{6.00 \text{ m}^2}}$$

$$\Delta A = A_1 - A = 6.00384 \text{ m}^2 - 6.00 \text{ m}^2 = \underline{\underline{0.00384 \text{ m}^2}} = \underline{\underline{38.4 \text{ cm}^2}}$$

3.8 Lösung

$$\Delta V = V_0 \cdot \gamma \cdot \Delta\vartheta = 3.5 \text{ m}^3 \cdot 0.00018 \frac{1}{\text{K}} \cdot 61 \text{ K} = \underline{\underline{0.03843 \text{ m}^3}} = \underline{\underline{38.43 \text{ Liter}}}$$

3.9 Lösung

$$\Delta V = V_0 \cdot \gamma \cdot \Delta\vartheta = 80 \text{ dm}^3 \cdot 0.00018 \frac{1}{\text{K}} \cdot 90 \text{ K} = \underline{\underline{1.296 \text{ dm}^3}} = \underline{\underline{1296 \text{ cm}^3}}$$

3.10 Lösung

$$\Delta V = 300 \text{ dm}^3 = \underline{\underline{0.3 \text{ m}^3}}$$

$$\text{a) } \Delta\vartheta = \frac{\Delta V}{V_0 \cdot \gamma} = \frac{0.3 \text{ m}^3}{180 \text{ m}^3 \cdot 0.00018 \frac{1}{\text{K}}} = \underline{\underline{9.26 \text{ K}}} = \underline{\underline{9.26 \text{ }^\circ\text{C}}}$$

$$\text{b) } \vartheta_2 = \vartheta_1 + \Delta\vartheta = 20 \text{ }^\circ\text{C} + 9.26 \text{ }^\circ\text{C} = \underline{\underline{29.26 \text{ }^\circ\text{C}}}$$

3.11 Lösung

$$V_0 = \underline{\underline{1000 \text{ dm}^3}} \quad V = \underline{\underline{1012 \text{ dm}^3}} \quad \Delta V = V - V_0 = 1012 \text{ dm}^3 - 1000 \text{ dm}^3 = \underline{\underline{12 \text{ dm}^3}}$$

$$\Delta\vartheta = \frac{\Delta V}{V_0 \cdot \gamma} = \frac{12 \text{ dm}^3}{1000 \text{ dm}^3 \cdot 0.00018 \frac{1}{\text{K}}} = \underline{\underline{66.6 \text{ K}}} = \underline{\underline{66.6 \text{ }^\circ\text{C}}}$$

$$\vartheta_2 = \vartheta_1 + \Delta\vartheta = 0 \text{ }^\circ\text{C} + 66.6 \text{ }^\circ\text{C} = \underline{\underline{66.6 \text{ }^\circ\text{C}}}$$

3.12 Lösung

$$\Delta\vartheta = \vartheta_2 - \vartheta_1 = 8 \text{ }^\circ\text{C} - 34 \text{ }^\circ\text{C} = \underline{\underline{-22 \text{ }^\circ\text{C}}}$$

$$\Delta V = V_0 \cdot \gamma \cdot \Delta\vartheta = 7 \text{ m}^3 \cdot 0.00018 \frac{1}{\text{K}} \cdot -22 \text{ K} = \underline{\underline{-0.02772 \text{ m}^3}}$$

$$N = \frac{\Delta V}{V} \cdot 100\% = \frac{-0.02772 \text{ m}^3}{7 \text{ m}^3} \cdot 100\% = \underline{\underline{-0.396\%}}$$

3.13 Lösung

$$V = 25 \text{ Liter} = \underline{25 \text{ dm}^3} \quad \Delta\vartheta = \underline{25 \text{ K}}$$

$$\boxed{V = V_0 \cdot (1 + \gamma \cdot \Delta\vartheta)}$$

$$\Rightarrow V_0 = \frac{V}{1 + \gamma \cdot \Delta\vartheta} = \frac{25 \text{ dm}^3}{1 + 0.00076 \frac{1}{\text{K}} \cdot 25 \text{ K}} = \underline{\underline{21.0084 \text{ dm}^3}} = \underline{\underline{21.0084 \text{ Liter}}}$$